



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Control de un levitador magnético mediante
reguladores analógicos y digitales

Design and implementation of a magnetic levitation
control

Autor

Rebeca Teresa Blanco

Directores

Antonio Romeo Tello

Jesús Letosa Fleta

ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
2019

Resumen

Este Trabajo de Fin de Grado (*TFG*) tiene como objetivo diseñar y materializar diferentes tipos de estrategias de control (analógicas y digitales), aplicadas a un levitador magnético perteneciente al Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Zaragoza. Con el fin de sustituir el control incorporado en el levitador, se han diseñado y fabricado sendas PCB (*Printed Circuit Board*) (una contiene la parte de control y otra la parte de potencia), que permiten materializar los reguladores analógicos diseñados. Adicionalmente, los reguladores digitales han sido implementados sobre una plataforma *Arduino Mega*. El trabajo surge como ampliación de un anterior TFG cuyo objetivo fue el estudio y modelado incremental del mencionado levitador [1].

Tanto como para el control analógico como digital se han implementado los siguientes reguladores: PAF, PID y ON-OFF. Adicionalmente, se ha implementado un control digital con observador en espacio de estados.

Con el objetivo de estudiar y evaluar qué estrategia de control da mejores resultados, se realizan ensayos para cada una y se comparan los resultados obtenidos.

A lo largo de esta memoria se explican las decisiones de diseño tomadas para la realización de los reguladores, tanto analógicos como digitales, así como para las PCB. Finalmente se realizará un análisis, cuyos resultados y conclusiones son la consecuencia de la aplicación de los diferentes reguladores implementados en el sistema.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Motivación y Contexto	1
1.2. Objetivos	1
1.3. Alcance	2
1.4. Resumen del contenido	2
2. Diseño de reguladores	3
2.1. Descripción del modelo	3
2.2. Verificaciones previas del modelo	6
2.3. Controladores diseñados	7
2.3.1. Realización analógica	10
2.3.2. Implementación programada	12
3. Diseño de las PCB	17
3.1. PCB Control	17
3.1.1. Alimentación	17
3.1.2. Circuito de control	18
3.2. PCB Potencia	20
3.2.1. Alimentación	21
3.2.2. Circuito actuador	21
4. Resultados	22
4.1. Ensayos de los reguladores analógicos	22
4.2. Ensayos de las implementaciones programadas	22
4.3. Observaciones generales	25
4.4. Ensayos de las PCB	26
5. Conclusiones y líneas futuras	27
5.1. Conclusión final	27
5.2. Líneas futuras	28

6. Bibliografía	29
Lista de Figuras	30
Lista de Tablas	32
Anexos	33
A. Cálculos de valores de resistencias y condensadores de las PCB	34
A.1. Reguladores implementados en PCB	34
A.2. Circuitos adicionales	37
B. Lugares de las raíces con MATLAB	39
C. Curvas de ganancia del sensor hall	42
D. Obtención leyes de control	45
E. Programas Arduino	48
E.1. Control PAF	50
E.2. Control PID completo	51
E.3. Control PID simplificado	52
E.4. Control ON-OFF	53
E.5. Control en espacio de estados	54
F. PCB	57
F.1. Esquemático de la PCB de control	57
F.2. Caras PCB	58
F.2.1. Caras de la PCB de control	58
F.2.2. Caras de la PCB de potencia	60
F.3. Listas de componentes	61
F.3.1. Lista de materiales de la PCB de control	61
F.3.2. Lista de componentes de la PCB de potencia	62
F.4. Presupuestos	63
F.4.1. Presupuesto de componentes de la PCB de control	63
F.4.2. Presupuesto de componentes de PCB de potencia	64
F.5. Placas finalizadas	65

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación y Contexto

En el ámbito de la investigación existe una gran abanico de trabajos relacionados con el control de levitadores magnéticos, estos trabajos estudian y comparan el controlador en estudio con otros reguladores, principalmente el PID [2]. En este trabajo se realizará una comparativa en un rango más amplio de controladores.

En el ámbito docente en ingeniería de control, los sistemas de levitación magnética tienen un especial interés en prácticas de clase porque permite a los estudiantes enfrentarse a problemas reales de control, aplicando los conocimientos teóricos a aplicaciones reales [2] [3]. Por ello, uno de los objetivos de este TFG es el diseño y fabricación de una PCB (*Printed Circuit Board*) con reguladores analógicos clásicos, cuya finalidad es ser utilizada para este tipo de aplicaciones educativas.

Este proyecto de fin de grado surge como consecuencia de un anterior TFG cuyo objetivo fue el estudio y modelado incremental de un levitador magnético [1].

1.2. Objetivos

Este proyecto aborda tres objetivos principales. El primero, realizar una PCB con los reguladores propuestos en el anterior TFG (PAF y PI). El segundo, diseñar e implementar reguladores analógicos clásicos (PAF, PID, ON-OFF) y realizar un estudio de los resultados obtenidos. El tercero, implementar estos reguladores clásicos en un microcontrolador. De este modo, los objetivos propuestos son los siguientes:

- Diseño y fabricación de una PCB que contenga los reguladores propuestos en el anterior TFG
- Diseño e implementación de reguladores analógicos

- Diseño e implementación de reguladores digitales
- Análisis y conclusiones de los resultados obtenidos

1.3. Alcance

Por un lado, se han diseñado (mediante el uso de MATLAB), montado (en una protoboard) y estudiado, los siguientes reguladores analógicos : PAF, PID y ON-OFF. Además se han diseñado y fabricado dos PCB, una de control que contiene reguladores analógicos básicos (PAF y PID) y otra de potencia que contiene el circuito de transistores que activan la bobina. Por otro lado, se han diseñado e implementado los mismos reguladores clásicos (PAF, PID y ON-OFF) en una placa microcontroladora Arduino, en concreto, se ha utilizado un *Arduino Mega*, una de las placas microcontroladoras más simples que existen hoy en día. Además, fuera del alcance inicial del proyecto, se ha realizado el estudio e implementación de un control con observador en espacio de estados.

1.4. Resumen del contenido

El contenido de este trabajo se resume de la siguiente manera:

- Capitulo 2 (Diseño de las PCB): En este capítulo se explica el diseño de las PCB y la elección de los componentes que las forman.
- Capitulo 3 (Diseño e implementación de reguladores): En este capítulo se explica el análisis del sistema y el diseño de los reguladores analógicos y digitales, así como el estudio e implementación del control con observador en espacio de estados.
- Capitulo 4 (Resultados): En este capítulo se analizarán los resultados obtenidos al aplicar al sistema las diferentes estrategias de control.
- Capitulo 5 (Conclusiones): En este capítulo se comentan las conclusiones en base a los resultados obtenidos en el capítulo anterior.

Capítulo 2

Diseño de reguladores

2.1. Descripción del modelo

En el trabajo considerado como punto de partida para el presente TFG se caracterizó el sistema por medio de su modelo incremental [1]. Para ello se consideró el punto de equilibrio en el rango medio del rango del sensor Hall (3.5V), de forma que la intensidad que circula por la bobina para mantener la bola levitando en dicho punto es de 130 mA, que se corresponde con una tensión de alimentación 16.4V. Las ecuaciones linealizadas utilizadas para la obtención del modelo fueron:

$$F_m(i, x) = a \cdot i - b \cdot x = -m \cdot \ddot{x} \quad (2.1)$$

$$u = R \cdot i + L \cdot \dot{i} \quad (2.2)$$

Donde todas las variables representan desviaciones respecto de su valor en el equilibrio. Las constantes a y b de la primera ecuación fueron obtenidas experimentalmente (2,16 N/m y 39,2 N/A respectivamente). El sistema linealizado presenta por tanto una función de transferencia de tercer orden con un polo en el semiplano derecho (ver ecuación 2.3), por lo que es naturalmente inestable. La sustitución del resto de parámetros del sistema ($m=0.07$ Kg, $R=63.2$ Ohm y $L=1.06$ H) permite concretar la función de transferencia del sistema linealizado (ver ecuación 2.4) Además, a la vista de su lugar de las raíces (ver figura 2.1), se deduce que para su control será necesario recurrir a un regulador de mayor complejidad que el proporcional.

$$G(s) = \frac{-a/(mL)}{(s + R/L)(s + \sqrt{b/m})(s - \sqrt{b/m})} \quad (2.3)$$

$$G(s) = \frac{-29,11}{(s + 59,62)(s + 23,66)(s - 23,66)} \quad (2.4)$$

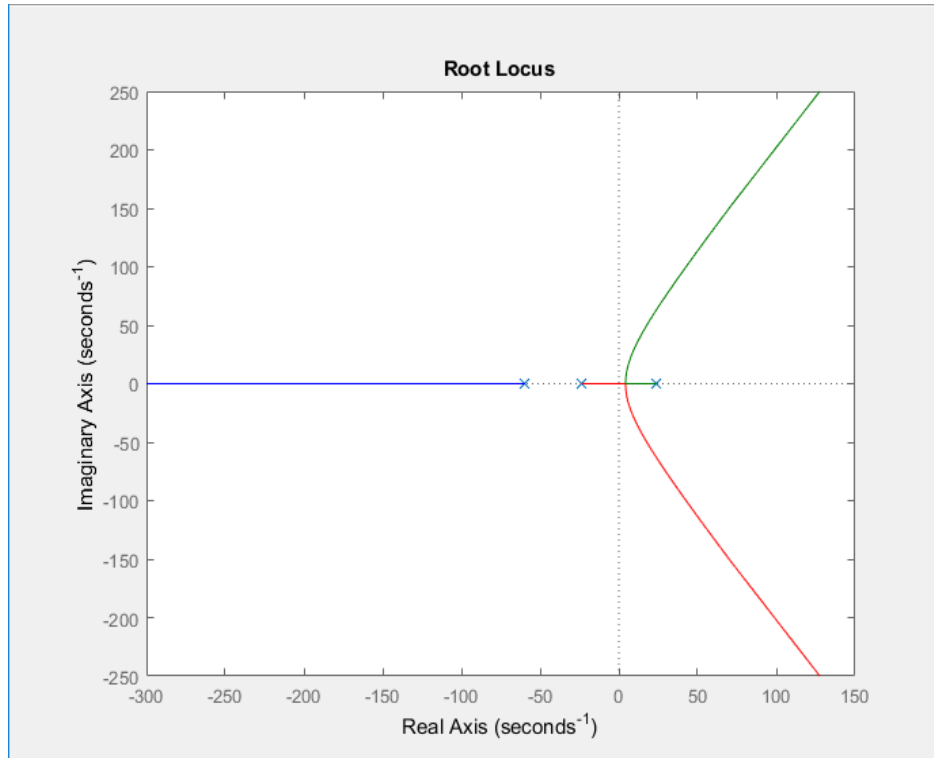


Figura 2.1: Lugar de las raíces del sistema

Con la finalidad de versatilizar el diseño de controladores (tanto analógicos como digitales), se ha decidido que la actuación sobre el sistema sea una señal PWM entre 0 y 5 voltios, compatible con las salidas presentes en muchos microcontroladores convencionales. Dicha señal conmutará un transistor MOSFET de potencia entre corte y saturación, de forma que para el valor intermedio del rango de actuación de 2.5 V (*dutty ratio* al 50 %) se posibilite el paso por la bobina de los 130 mA que permiten a la bola levitar en el punto de equilibrio ya descrito en el párrafo anterior. La inclusión de esta estrategia de actuación de tipo PWM obligará a considerar un bloque "actuador" de ganancia $16.4/5$ entre el regulador y el sistema a controlar. Ver figura 2.2.

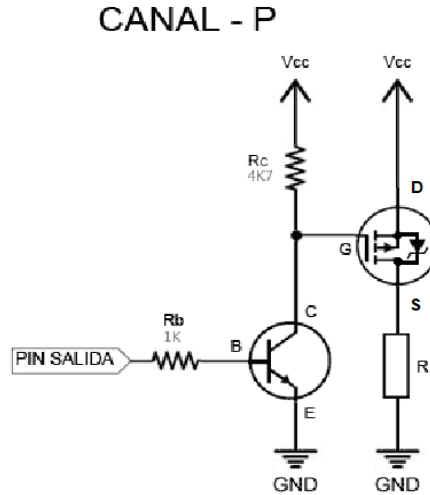
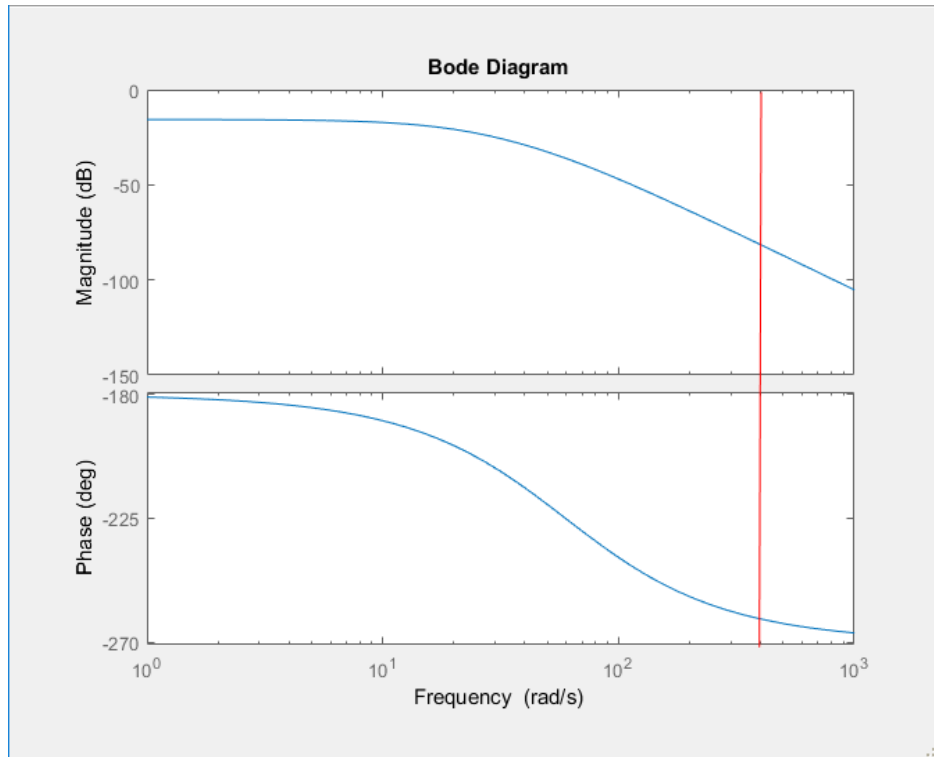


Figura 2.2: Esquema potencia

Esta señal PWM que ataca al transistor conmutará a una frecuencia de 400Hz. Esta frecuencia de control se justifica observando el diagrama de Bode del sistema, ver figura 2.3, en el que ha incluido la constante del sensor Hall (-57.56 V/m). Se observa que el levitador actúa de filtro de paso bajo con una frecuencia de corte de unos pocos hercios, por ello la frecuencia de la señal PWM de control es lo suficientemente alta como para que el levitador atenúe adecuadamente el armónico fundamental de dicha señal PWM.

Figura 2.3: Diagrama de Bode del sistema, $f=400\text{Hz}$ (línea roja)

Pese a que el sistema diseñado utiliza una etapa de potencia PWM también se implementó a modo de prueba una etapa de potencia continua, descrita en el Anexo A, con el fin de poder prescindir de la etapa de potencia PWM durante una fase inicial de pruebas. Dicha etapa tendrá la misma ganancia que la obtenida en el caso de la etapa de potencia PWM (16.4/5).

Nuestra entrada a los reguladores será la diferencia entre la tensión de referencia y la tensión medida por el sensor Hall, es decir, el error. Por tanto, la acción calculada será una acción incremental, a la cual habrá que sumarle la tensión de equilibrio (2.5V).

Esta última observación hay que tenerla muy en cuenta a lo largo de este capítulo.

2.2. Verificaciones previas del modelo

Antes de empezar a diseñar e implementar los reguladores hay que asegurar que el sistema está bien caracterizado. En el anterior trabajo se reflejó el experimento que determinó la ganancia del sensor Hall en el punto de equilibrio, obteniéndose como resultado un valor de -57.56V/m [1]. La redacción de este experimento contenía ambigüedades que obligaron a repetirlo.

El experimento consiste en, con la bobina alimentada, medir la distancia de la bola al sensor Hall a lo largo del rango de tensiones de trabajo de éste. Los resultados del experimento, así como la estimación de la ganancia del sensor Hall, se encuentran en el Anexo C.

En vista de los resultados obtenidos se concluye que la caracterización del modelo se realizó correctamente. Cabe comentar que el campo magnético medido por el sensor Hall es, fundamentalmente, el creado por la bola.

2.3. Controladores diseñados

Se ha diseñado una amplia gama de controladores [4], que abarca desde el control ON-OFF al control por realimentación lineal de estado con integrador, pasando por los clásicos PAF y PID. Los reguladores PAF y PID han sido diseñados por medio de las herramientas que ofrece MATLAB (*sisotool*) para los reguladores PAF y PID, así como algunas funciones de la *Control Systems Toolbox*. En cuanto a su realización práctica, todos los controladores (salvo el planteado en el espacio de estados) han sido materializados tanto analógicamente por medio del correspondiente circuito, como de forma programada en una placa Arduino Mega. Es de reseñar que la parte de potencia de las implementaciones es común (descrita en la figura 2.2). A continuación se describe con más detalle los reguladores diseñados:

- **Regulador *PAF***: Si añadimos un cero cercano al polo lento del sistema (por ejemplo en $s=20$) conforme aumentemos la ganancia del sistema el polo del semiplano derecho se moverá a lo largo de la rama horizontal hacia el semiplano izquierdo, de tal forma que el sistema pasará a ser estable para cierto valor de ganancia. A su vez incluimos un polo rápido en $s=-300$ que prácticamente no influye en la respuesta del sistema pero actúa como filtro de paso bajo. Ver figura B.1 del Anexo B. La función de transferencia obtenida para el siguiente regulador es:

$$R(s) = 9,039 \frac{(1 + 0,05s)}{(1 + 0,0033s)} \quad (2.5)$$

- **Regulador *PID***: Con el fin de asegurar el punto de levitación de la bola eliminando el efecto de las perturbaciones en régimen estacionario, se diseña un regulador PID, implementado por medio de la combinación de reguladores *PAF* y *PI*, ver figura B.2 del Anexo B. Por lo tanto, los polos y ceros de éste coinciden con los polos y ceros de los reguladores mencionados. Se añaden dos ceros en $s=-15$ y $s=-7$ (misma manera que en el caso anterior), el cero del semiplano derecho pasará al semiplano izquierdo, en este caso la rama horizontal se bifurca para ir a parar a dichos ceros. La función de transferencia obtenida para el siguiente regulador es:

$$R(s) = 56,947 \frac{(1 + 0,05s)(1 + 0,2s)}{s(1 + 0,0033s)} \quad (2.6)$$

Una simplificación de este regulador sería la de la figura 2.7 donde se ha prescindido del polo en $s=-300$ que actuaba de filtro de paso bajo. Su lugar de las raíces se encuentra en la figura B.3 del Anexo B.

$$R(s) = 61,18 \frac{(1 + 0,067s)(1 + 0,14s)}{s} \quad (2.7)$$

- **Regulador en espacio de estados** [5]: La obtención del mismo se ha realizado a partir de la forma general de representación en espacio de estados (ecuaciones 2.8 y 2.9), donde \mathbf{x} es el vector de estados, \mathbf{y} es el vector de salidas, \mathbf{A} es la matriz de control, \mathbf{B} es la matriz de estados, \mathbf{C} es la matriz de entradas y \mathbf{D} es la matriz de transmisión directa (por simplicidad se considerará cero).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (2.8)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (2.9)$$

Particularizando para nuestro sistema a través de las ecuaciones de modelado 2.1 y 2.2, las ecuaciones obtenidas son:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{b}{mb} & 0 & \frac{-a}{mb} \\ 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{actuador}}{L} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{Hall} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{actuador}}{L} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (2.11)$$

donde las variables de estado \mathbf{x}_1 es la posición de la bola, \mathbf{x}_2 es la velocidad de la bola y \mathbf{x}_3 es la corriente que circula por la bobina. Los parámetros \mathbf{a} y \mathbf{b} son constantes de linealización del sistema, \mathbf{m} es la masa de la bola, \mathbf{R} es la resistencia de la bobina, \mathbf{L} es la inductancia de la bobina, $\mathbf{K}_{actuador}$ es la ganancia del actuador y \mathbf{K}_{Hall} es la ganancia del sensor Hall.

Se ha optado por la realización de un control con integradores con observador de estado total, el esquema de control a implementar es el aparece en la figura 2.4.

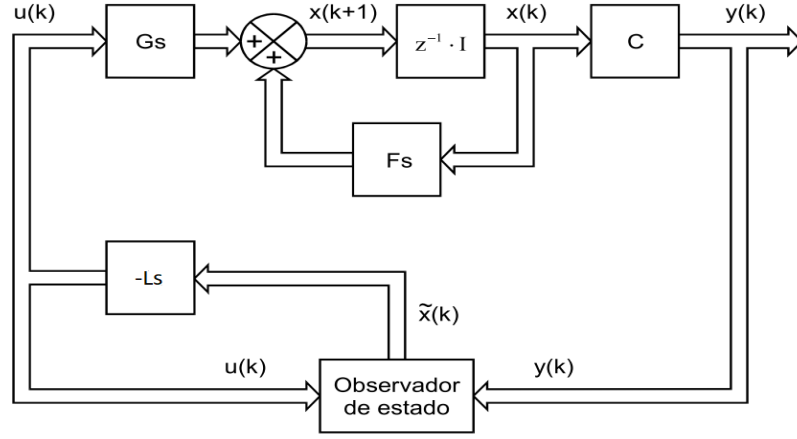


Figura 2.4: Diagrama bloques del lazo de control [6]

Por un lado, se ha elegido una estrategia de control con integradores con la finalidad de eliminar las posibles perturbaciones que aparezcan en la cadena directa del sistema. Por otro lado, se ha elegido una estrategia de observación con estimador de estado de orden completo corrigiendo así la predicción con el error actual, dando lugar a mejores resultados que un predictor. Pudiendo utilizar un estimador de orden reducido (midiendo la posición de la bola y estimando las otras dos variables) se ha optado por utilizar un observador de orden completo para filtrar el ruido de lectura de las variables de control, en nuestro caso debidas (entre otros factores) a la falta de granularidad de las entradas de la placa Arduino, que únicamente dispone de 10 bits.

Mediante MATLAB y, con el propósito de obtener las leyes de control y observación, se ha realizado la discretización del sistema (incluyendo el integrador) y un análisis de controlabilidad y observabilidad de este mismo. A continuación se muestra la discretización del sistema:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1,0045 & 0,0040 & -0,000228 & 0 \\ 2,2433 & 1,0045 & -0,11 & 0 \\ 0 & 0 & 0,7878 & 0 \\ 57,56 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0007 \\ 0,0110 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Una vez discretizado el sistema y estudiado su controlabilidad y observabilidad, mediante la fórmula de Ackerman y la función *place* que proporciona MATLAB, se han calculado las leyes de control y de observación imponiendo un tiempo de respuesta deseado para el sistema de 0,5s y una dinámica de observación 3 veces más rápida que éste. Obteniendo así las siguientes leyes de control y observabilidad:

$$Ls = (-1141,6, -46,4846, 16,6368) \quad (2.14)$$

$$Lint = 0,1328 \quad (2.15)$$

$$Lo = (-0,0118, -0,0382, 0,2879) \quad (2.16)$$

Finalizados los diseños de los reguladores se realizan las implementaciones analógicas y digitales de los mismos.

2.3.1. Realización analógica

El montaje de los reguladores *PAF* y *PAF+PI* en la protoboard se ha llevado acabo a través de amplificadores operacionales, resistencias, potenciómetros y condensadores. El esquema del ambos reguladores se muestra en las figuras 2.5 y 2.6:

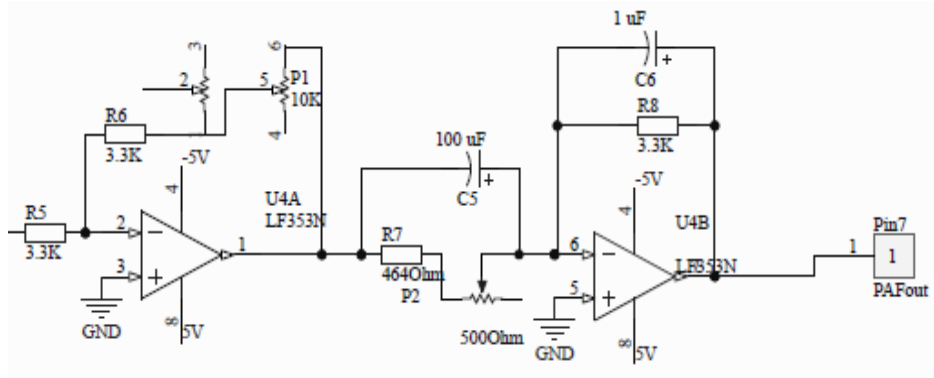


Figura 2.5: Esquemático regulador PAF

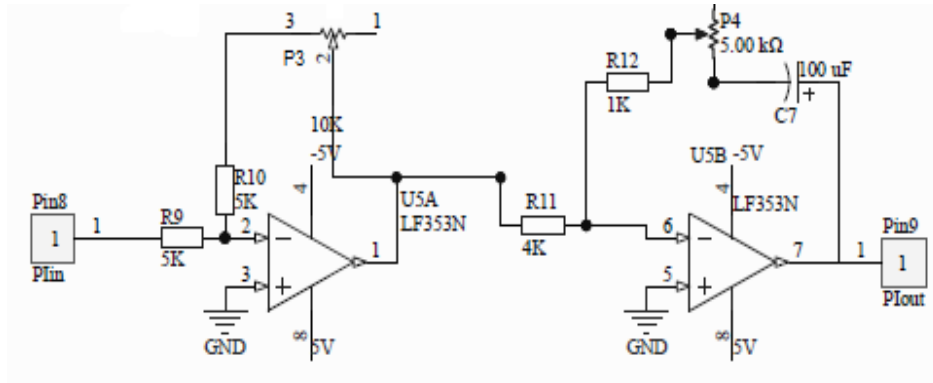


Figura 2.6: Esquemático regulador PI

Además, se ha llevado a cabo el montaje de un regulador *ON-OFF* adicional:

- **Regulador *ON-OFF***: Se ha materializado mediante una etapa no inversora, sin histéresis. El esquema del circuito se muestra en la figura 2.7.

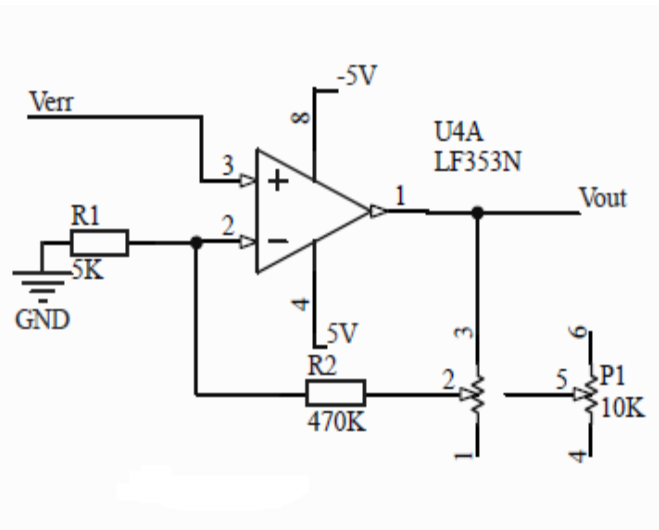


Figura 2.7: Esquemático regulador ON-OFF

En el anexo A se muestran los cálculos de las resistencias y condensadores del *PAF* y *PI*, así como del regulador adicional *ON-OFF* y de la mencionada etapa de potencia continua.

2.3.2. Implementación programada

Se han implementado en Arduino los siguientes reguladores: PAF, PAF+PI, PID, ON-OFF y espacio de estados. La técnica empleada en los tres primeros casos ha sido la de emulación programada del correspondiente regulador continuo, mientras que el controlador en el espacio de estados ha sido obtenido directamente en tiempo discreto, previa discretización del conjunto sistema más bloqueador de orden cero.

La elección de la frecuencia de ejecución del bucle de control (o de muestreo) para una adecuada emulación programada viene regida por la regla de "cuanto mayor sea, mejor". No obstante, en nuestro caso esta frecuencia está limitada debido a la amplificación del ruido en presencia de componentes de acción derivativa. Se ha comprobado experimentalmente que frecuencias entorno a 400 Hz conjugan una adecuada emulación del controlador continuo con la limitación de los efectos del ruido. Más adelante, en el capítulo de Resultados, se comentará en profundidad.

Por otro lado, la frecuencia de conmutación de la salida del pin de la señal PWM de Arduino es de 490Hz [7]. Como se ha señalado anteriormente en la figura 2.3, es una frecuencia suficientemente alta para que el sistema filtre adecuadamente todos los armónicos de la señal, contemplando únicamente su componente continua.

A continuación se muestra el diseño e implementación programada de cada uno de ellos:

– Regulador *PAF*:

- Partiendo de la ecuación generalizada del regulador PAF, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K \frac{(1 + T_d s)}{(1 + T_i s)} \quad (2.17)$$

- Llevándola al dominio discreto en k y despejando el término de la acción en este instante U(k) se obtiene la siguiente ecuación:

$$U(k) = \frac{U(k-1) \frac{T_i}{T} + K(E(k) + T_d \frac{E(k) - E(k-1)}{T})}{1 + \frac{T_i}{T}} \quad (2.18)$$

- Agrupando en términos (2.19 y 2.20) se obtiene la ecuación 2.21:

$$d_k = \frac{E(k) - E(k-1)}{T} \quad (2.19)$$

$$i_k = \frac{U(k-1)}{T} \quad (2.20)$$

$$U(k) = \frac{K(E(k) + T_d d_k) + T_i i_k}{(1 + \frac{T_i}{T})} \quad (2.21)$$

Para finalizar, se particulariza esta ecuación con los valores de la ecuación 2.5 del regulador *PAF* diseñado anteriormente.

– **Regulador *PID* completo:**

- Partiendo de la ecuación generalizada del regulador *PID* completo de la figura 2.6, se obtiene:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K \frac{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}{s(1 + T_3 s)} \quad (2.22)$$

- Desarrollándola y llevándola al dominio discreto en k:

$$\begin{aligned} \frac{U(k) - U(k-1)}{T} + T_3 \frac{U(k) - 2U(k-1) + U(k-2)}{T^2} = K E(k) + \\ K(T_1 + T_2) \frac{E(k) - E(k-1)}{T} + K T_1 T_2 \frac{E(k) - 2E(k-1) + E(k-2)}{T^2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

- Agrupando en términos (2.24, 2.25, 2.26 y 2.27) y despejando el término de la acción en este instante $U(k)$, se obtiene la ecuación 2.28:

$$d_{k1} = \frac{E(k) - E(k-1)}{T} \quad (2.24)$$

$$d_{k2} = \frac{E(k) - 2E(k-1) + E(k-2)}{T^2} \quad (2.25)$$

$$d_i = \frac{2U(k-1) + U(k-2)T_3}{T^2} \quad (2.26)$$

$$den = \frac{1}{T} + \frac{T_3}{T^2} \quad (2.27)$$

$$U(k) = \frac{K E(k) + K(T_1 + T_2)d_{k1} + K T_1 T_2 d_{k2} + \frac{U(k-1)}{d_i}}{den} \quad (2.28)$$

Para finalizar, se particulariza esta ecuación con los valores de la ecuación 2.6 del regulador *PID* completo diseñado anteriormente.

– **Regulador *PID* simplificado:**

- Partiendo de la ecuación generalizada del regulador PID reducido de la figura 2.7, se obtiene:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K \frac{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}{s} \quad (2.29)$$

- Llevándola al dominio discreto en k y despejando el término de la acción en este instante $U(k)$, se obtiene la ecuación 2.30

$$U(k) = K(I(k-1) + TE(k)) + KE(k)(T_1 + T_2) + KE(k)T_1T_2 + K \frac{E(k) - E(k-1)}{T} T_1T_2 \quad (2.30)$$

- Agrupando en términos (2.31 y 2.32) se obtiene la ecuación 2.33:

$$d_k = \frac{E(k) - E(k-1)}{T} \quad (2.31)$$

$$I(k) = I(k-1) + TE(k) \quad (2.32)$$

$$U(k) = KI(k) + K(T_1 + T_2)E(k) + KT_1T_2d_k \quad (2.33)$$

Para finalizar, se particulariza esta ecuación con los valores de la ecuación 2.7 del regulador *PID* simplificado diseñado anteriormente.

– **Regulador *ON-OFF*:**

No se rige por ninguna ecuación. Al tratarse el sensor Hall de un sensor no lineal, respecto a la posición de la bola levitada, su ganancia varía más por la zona superior respecto del punto de equilibrio que por la inferior, ver figura C.1 del Anexo C. Esto implica que, pequeñas oscilaciones de la bola en el rango superior del sensor darán lugar a una modificación significativa de la ganancia del mismo produciéndose inestabilidad en el sistema. La poca granularidad en la lectura (10bits) del sensor Hall acentúa esta modificación de la ganancia, como solución se aplica una histéresis a ambos lados del punto de equilibrio del sensor Hall, siendo mayor por abajo que por arriba, de esta forma evitamos modificaciones bruscas de la ganancia del sensor Hall.

– **Regulador en espacio de estados:**

El control en el espacio de estados se diseña directamente en tiempo discreto, considerando como punto de partida la discretización del sistema a controlar. Por dicha razón, la elección de la frecuencia de muestro no se rige por las mismas reglas que en el caso de la emulación programada, debiendo considerar únicamente la naturaleza de las señales que ofrece el sistema, con el fin de cumplir el teorema de muestreo. Ello permitiría plantear una frecuencia de muestreo inferior a la empleada en la emulación de los reguladores continuos, con el consiguiente ahorro de recursos. No obstante, dado que nuestro microcontrolador está dedicado en exclusiva al control del levitador, se ha optado por mantener dicha frecuencia en los 400 Hz utilizados en la emulación programada del PAF/PID.

Antes de comenzar la implementación programada del regulador en Arduino se ha simulado el programa en MATLAB para un escalón de 0.1V con el fin de corroborar que el comportamiento del sistema es el deseado, ver figura 2.8. Más adelante, en el apartado de resultados compararemos esta simulación con el resultado real en el control con Arduino.

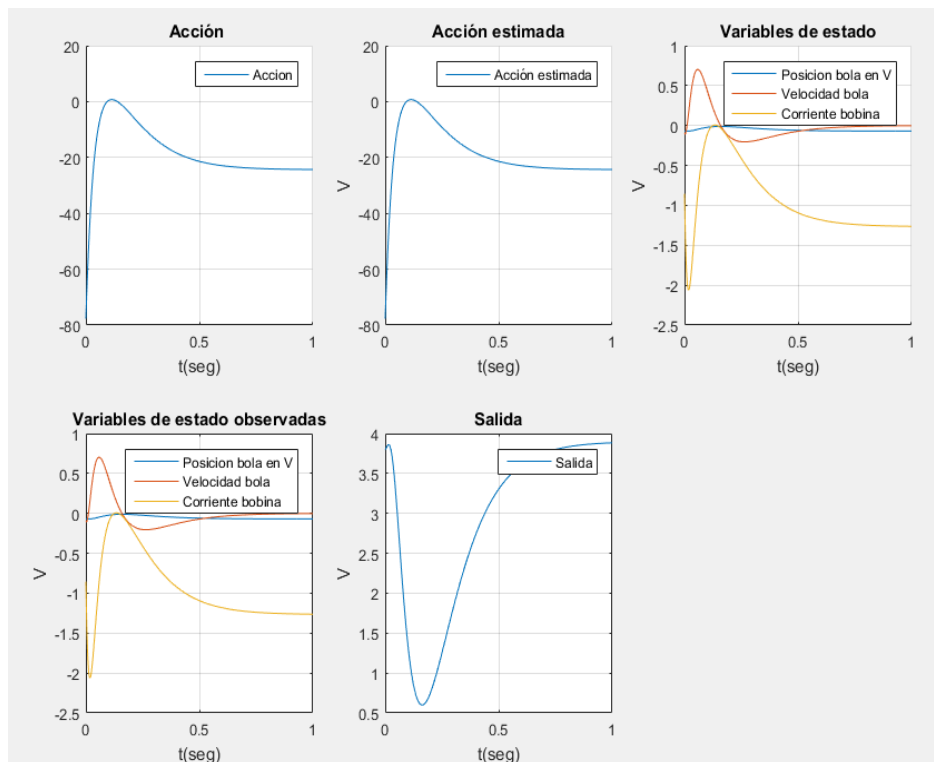


Figura 2.8: Simulación del control para escalón de 0.1V

El programa realizado en MATLAB se muestra en el Anexo D.

Finalmente, se ha realizado la implementación en Arduino de tal manera que mediante una rutina de interrupción de 4ms se controla la lectura de la entrada, la actuación sobre el sistema y la actualización de las variables. En realidad, esta tarea de control se ejecuta en menos tiempo (décimas de ms) pero como el procesador solo está dedicado a esa labor no supone ventaja alguna liberar tiempo de la CPU. En la rutina principal (*loop*) se muestran las variables por pantalla cada segundo. A la hora de realizar la validación experimental se han probado e implementado leyes de observación con dinámicas más rápidas que la inicial, dicha validación se comentará más adelante en el capítulo de resultados.

El programa implementado para cada regulador se encuentra en el Anexo E.

Capítulo 3

Diseño de las PCB

Por motivos de versatilidad, ya mencionadas en el capítulo anterior, la bola va a ser controlada mediante una estrategia PWM, obligando a realizar el diseño de dos PCB, una contendrá la parte de reguladores analógicos (PCB de control) y otra el circuito interruptor con el transistor MOSFET (PCB de potencia). Los reguladores implementados en la PCB de control son un PAF (ver figura 2.5) y un PI (ver figura 2.6), su puesta en serie permite configurar un regulador PID con un filtro de paso bajo. El diseño de ambos reguladores ha sido abordado en el capítulo anterior.

3.1. PCB Control

La PCB de control consta de 2 partes, Alimentación y Circuito de control. El circuito de control ha sido diseñado de tal manera que el usuario pueda interactuar con el mismo posibilitándole el ajuste de ganancias y polos y ceros de los reguladores. El circuito de control también incluye la generación de la señal PWM a partir de la señal analógica obtenida de los reguladores. ver Anexo F figura F.1. A continuación serán explicadas ambas partes:

3.1.1. Alimentación

- **Tensión de entrada ($\pm V_{cc}$):** Tensión admisible de entrada hasta $\pm 25V$, posteriormente adaptada a las tensiones del circuito $\pm 5V$ mediante dos reguladores lineales (*LM7805* y *LM7809*). La inclusión de estos reguladores se debe a la protección de los componentes electrónicos, principalmente amplificadores operacionales, ante sobretensiones de alimentación. Ver figura 3.1.
- **Masas (*GND*):** Masa de entrada de la fuente de alimentación. Se ha incluido, además, una masa para realizar la conexión de masas entre ambas placas. Ver figura 3.1.

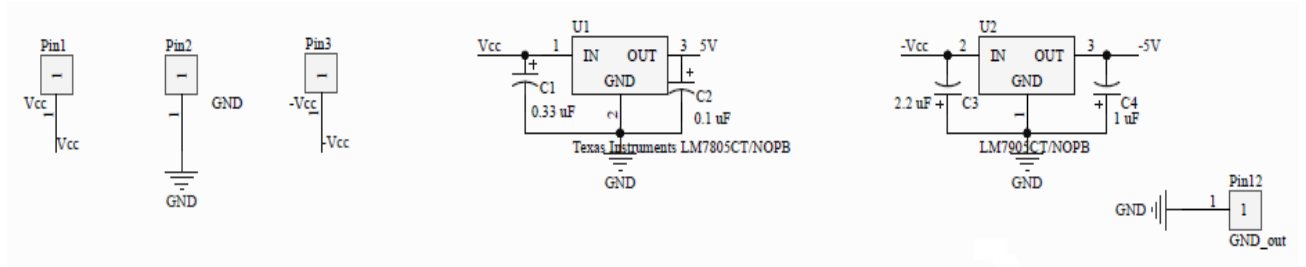


Figura 3.1: Esquemático de la alimentación

3.1.2. Circuito de control

El circuito de control se compone de cuatro etapas amplificadoras:

- **Cálculo del error:** El error se calcula mediante una etapa restadora de ganancia unidad. Está compuesta por un amplificador operacional de instrumentación (*OP07*) necesario para obtener una buena precisión y por tanto realizar un buen control, y resistencias. Tiene como entradas la tensión de referencia variable (obtenida a través de un divisor de tensión, ver figura 3.2) y la tensión medida por el sensor hall. Ver figura 3.3.

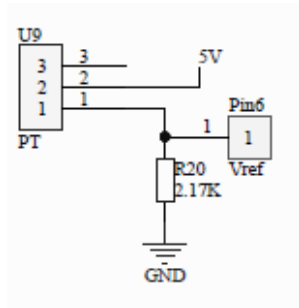


Figura 3.2: Esquemático de la tensión de referencia

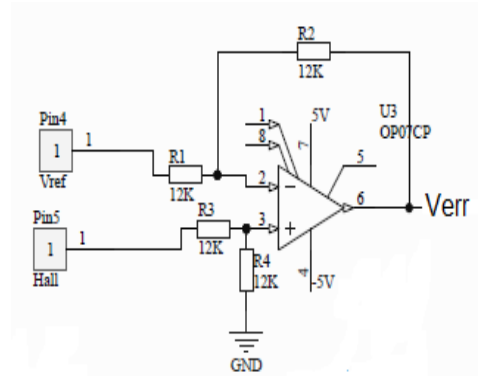


Figura 3.3: Esquemático del cálculo del error

- **Reguladores *PAF* y *PI*:** Esta etapa se compone por los esquemas de las figuras 2.5 y 2.6, cada uno de ellos se compone por dos etapas inversoras. La ganancia y la posición de polos y ceros de cada etapa se modifica mediante potenciómetros. Estos reguladores pueden ser, o no, combinados para dar lugar a un regulador PID. La entrada a la etapa es la señal de error y su salida es la acción incremental.
- **Cálculo de la acción total:** La acción total se calcula mediante una etapa sumadora no inversora donde las entradas son la acción incremental calculada anteriormente y la tensión de equilibrio (2.5V), ver figura. Esta última es obtenida mediante un divisor resistivo, ver figura 3.4.

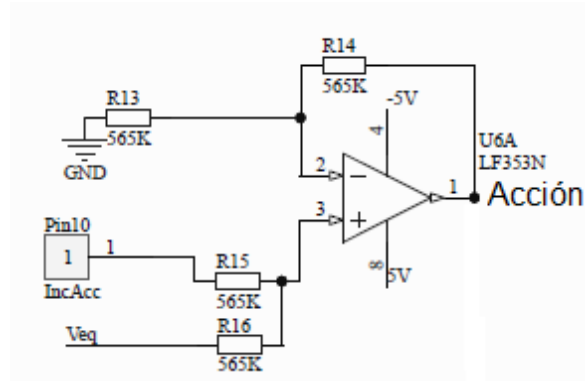


Figura 3.4: Esquemático del cálculo de la acción total

- **Generación de señal PWM:** La señal de control PWM a 400Hz deseada ha sido obtenida mediante dos etapas, una de generación de onda triangular y una comparadora. A continuación se explican en profundidad ambas etapas:
 - **Generación de onda triangular:** La señal triangular, entre 0 y 5V, se obtiene mediante la puesta en serie de una etapa amplificadora con realimentación positiva y una etapa integradora, ver figura 3.5. Esta etapa está diseñada de manera que la onda triangular conmute a una frecuencia de 400Hz (frecuencia de control) aproximadamente. Se han utilizado amplificadores operacionales rail to rail (*OPA192*) debido a la necesidad de conmutación entre 0 y 5V para realizar su posterior comparación con la acción total.

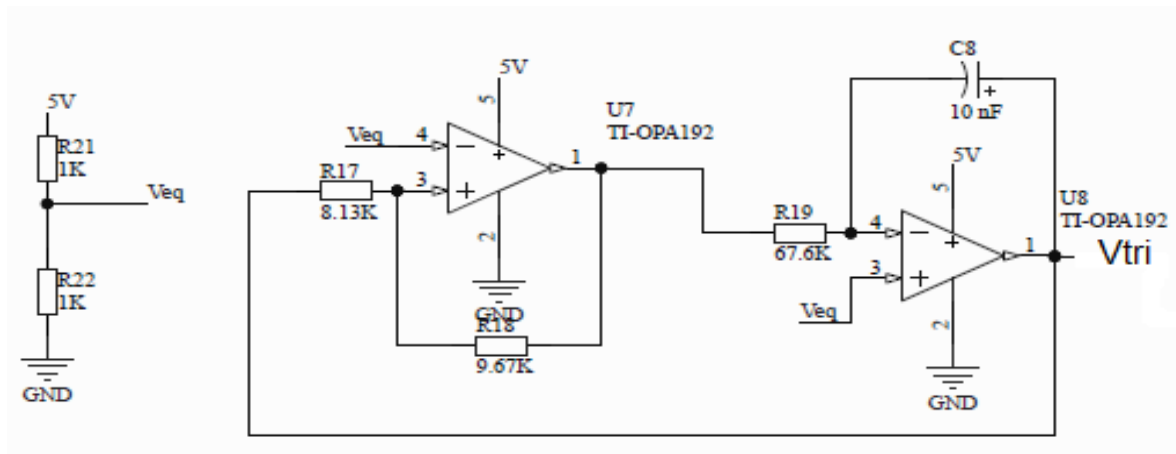


Figura 3.5: Esquemático generación de onda triangular a 400Hz

- **Etapa comparadora:** En esta etapa se obtiene la señal de control PWM a 400Hz mediante la comparación de la onda triangular generada anteriormente con la acción total, ver figura 3.6.

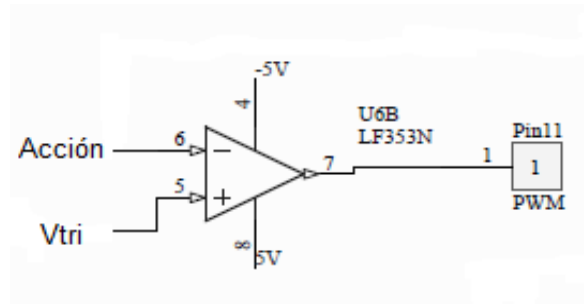


Figura 3.6: Esquemático generación de onda PWM a 400Hz

El amplificador operacional utilizado para el diseño de las etapas, como se puede observar en las figuras, es un *LF353N*.

3.2. PCB Potencia

La PCB de potencia consta de 2 partes: Alimentación y Circuito actuador, ver figura 3.7:

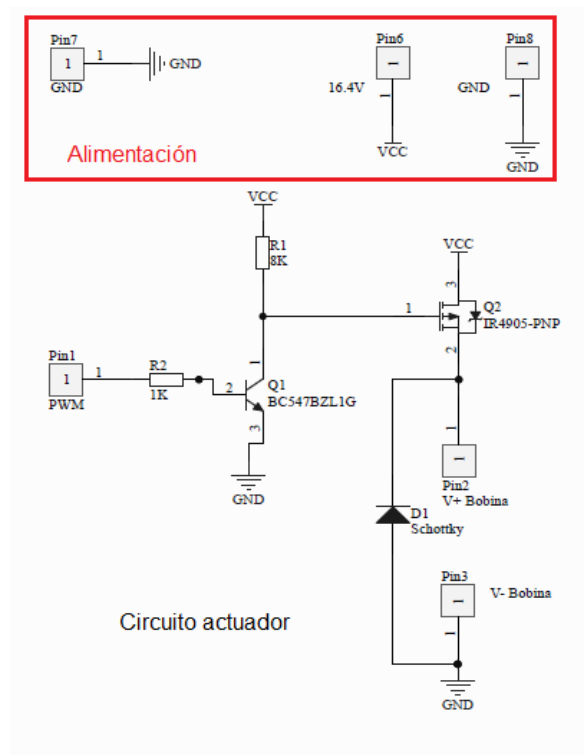


Figura 3.7: Esquemático PCB de potencia

3.2.1. Alimentación

- **Tensión de entrada ($V_{cc}=16.4V$):** Tensión de alimentación de la bobina.
- **Masas (GND):** Masa de entrada de la fuente de alimentación. Se ha incluido, además, una masa para realizar la conexión de masas entre ambas placas.

3.2.2. Circuito actuador

Está formado por dos etapas:

- **Interruptor:** Formado por dos transistores, un BJT canal N (*BC547B*) y un MOSFET canal P (*IR4905*). La señal PWM provoca el corte y saturación de estos transistores controlando así la bobina. Los valores de resistencias de base y colector han sido elegidos de manera que se produzca el corte y saturación de los mismos para una tensión de base de 0-5V y de colector de 16.4V

Destacar que se trata de una etapa no inversora, al incluir un BJT canal N y un MOSFET canal P la señal PWM que ataca a la bobina es equivalente a la señal que ataca a la base del transistor BJT.

- **Diodo:** Diodo Schottky (*SF14*) que protege a los transistores de los picos de intensidad de las conmutaciones en la bobina.

La información del diseño de las PCB (caras de las PCB, lista de componentes y presupuesto), así como las imágenes del acabado final, se encuentran en el Anexo F

Capítulo 4

Resultados

4.1. Ensayos de los reguladores analógicos

- **Regulador *PAF***: Control con buenos resultados, aunque la posición de la bola difiere ligeramente del establecido en la referencia debido al error de posición inherente al control *PAF*. En cuanto a su comportamiento ante perturbaciones de posición (materializadas por medio de un "golpecito" sobre la bola), es de reseñar que aparecen oscilaciones duraderas en el tiempo.
- **Regulador *PID completo***: Control con mejores resultados. aunque cuesta desaturarlo "a pulso" en los instantes iniciales (en los que siempre partiremos de una situación de saturación, al ir a ubicar la bola manualmente en su posición de referencia). La bola apenas oscila y ante perturbaciones de posición (mediante un escalón en la referencia) la bola vuelve al nuevo equilibrio, tal y como se espera de un regulador *PID*.
- **Regulador *ON-OFF***: Buenos resultados, aunque la frecuencia de conmutación del transistor puede llegar a ser muy elevada, lo que incrementa las pérdidas.

4.2. Ensayos de las implementaciones programadas

Cabe decir que los valores de las variables con los que se han realizado las gráficas se han recogido cada 0.5s. A continuación se muestran los resultados para cada regulador:

- **Regulador *PAF***: Mismos resultados que el regulador *PAF* analógico. A continuación en la figura 4.1 se muestran los resultados del control:

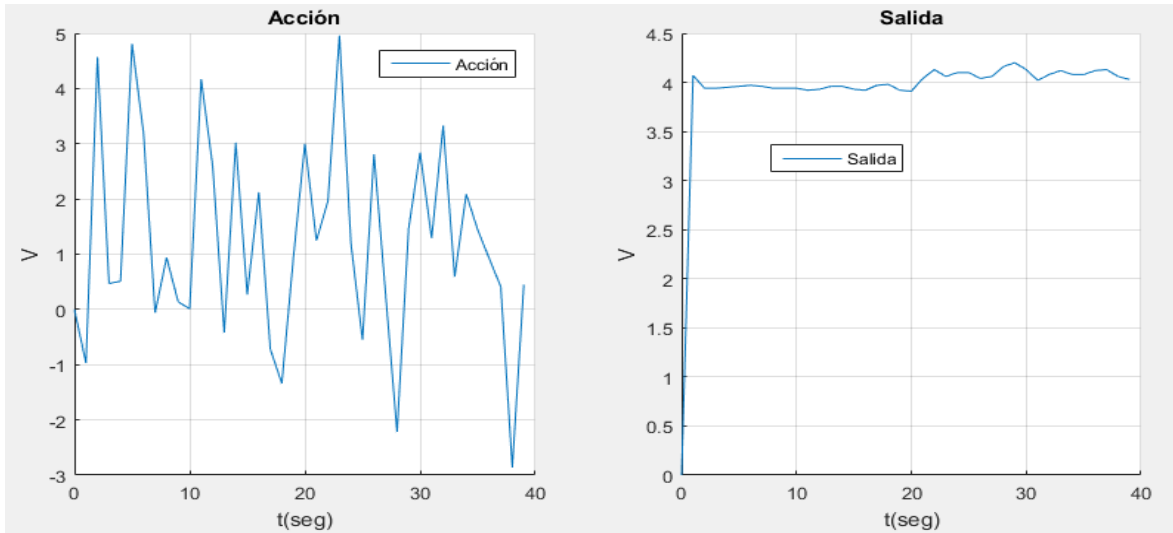


Figura 4.1: Simulación del control PAF real, con escalón de 0,1V a los 20s

- **Regulador *PID completo*:** En la práctica a través de la implementación de la ecuación 2.6 no se consigue control alguno debido a que el polo de 0,2 es muy pequeño y hace que los términos de la ecuación 2.28 sean muy pequeños. Existe un compromiso entre este polo y la ganancia, pues no pueden tomar valores muy grandes ambos a la vez, tras varios ensayos se ha observado que para un valor de polo de 5 y de ganancia 2 se obtiene un buen control, aunque ante perturbaciones de posición la bola acaba cayéndose. Por lo tanto, el comportamiento no es el esperado, en un PID la bola ante perturbaciones debería volver al equilibrio. A continuación en la figura 4.2 se muestran los resultados del control:

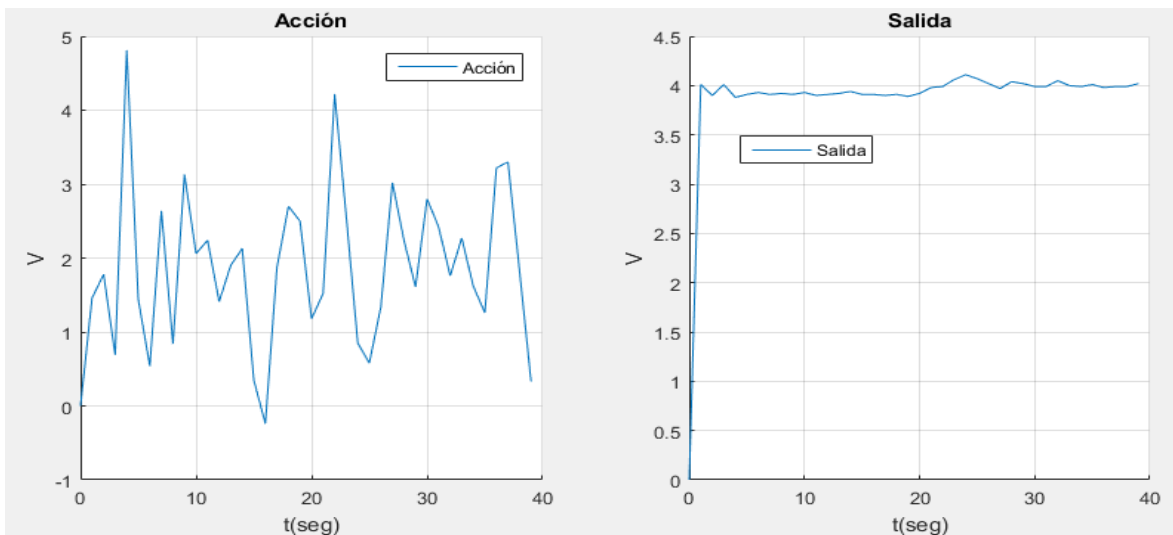


Figura 4.2: Simulación del control PID real, con escalón de 0,1V a los 20s

- **Regulador *PID simplificado***: Bola fuera de control debido a la falta de granularidad del conversor A/D que hace que la derivada (término 2.31), se vaya a infinito.
- **Regulador *ON-OFF***: Buenos resultados en función de la banda de histéresis y la frecuencia de conmutación escogidas (histéresis superior de 0V e inferior de 0.2V y frecuencias mayores de 8kHz, aunque con los mismos problemas relacionados con las altas frecuencias ya comentados para el caso analógico. La estabilidad del mismo se acaba perdiendo con el tiempo debido a que se ve potencialmente influida por el ruido en la lectura de la tensión del Hall y, a su vez, por la falta de granularidad del conversor A/D del Arduino Mega.
- **Regulador en espacio de estados**: Mejores resultados. Al principio se diseñó con un tiempo de respuesta de 0,5s y un estimador 3 veces más rápido, tras hacer varias pruebas se ha observado que el mejor resultado se obtiene con tiempo de respuesta de 0,4s y observador 4 veces mas rápido. La bola apenas oscila y ante perturbaciones de posición es capaz de volver al equilibrio. A continuación en la figura 4.3 se muestran los resultados del control:

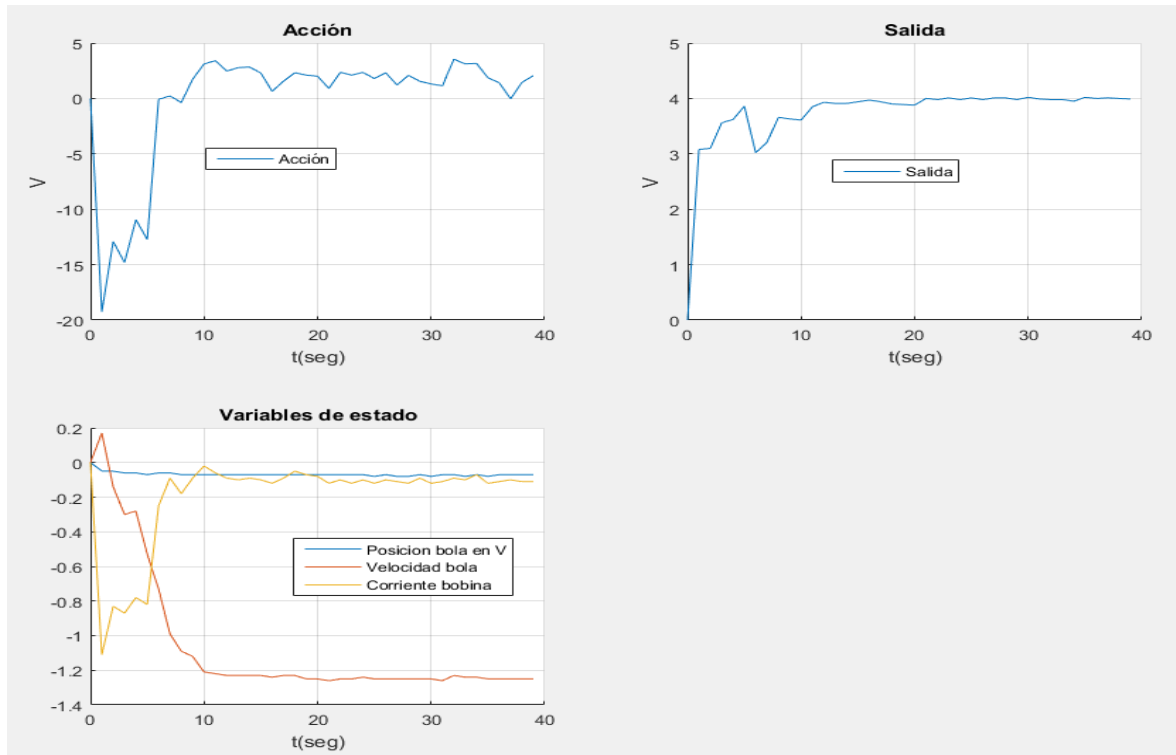


Figura 4.3: Simulación del control en espacio de estados real, con escalón de 0,1V a los 20s

Como podemos observar en la figura anterior estos valores reales coinciden con los simulados anteriormente (figura 2.8).

4.3. Observaciones generales

- La no linealidad del sistema y del sensor empleado introduce problemas en el control. Centrándonos en la no linealidad del sensor, su ganancia varía sensiblemente respecto de la estimada en el punto de equilibrio de 3.5V (ver C.1), de forma que crece fuertemente al aproximar la bola a la bobina y decrece en caso contrario. Ello puede provocar la pérdida de control cuando por la razón que fuese (por ejemplo una perturbación) la bola se aleja del mencionado punto de equilibrio.
- Se ha comprobado que la inclusión de un imán en la parte superior de la bobina (orientado de tal manera que su campo se reste al creado por la bobina) modifica el punto de trabajo aumentándolo, tanto la tensión de alimentación de la bobina como la tensión de equilibrio pasan a ser 20V y 4V, respectivamente. Por el contrario, si se orienta el imán de forma que el campo creado por éste se suma al de la bobina, el punto de equilibrio disminuye.
- Todos los reguladores digitales anteriores se ven influidos por el ruido de lectura que introduce el sensor hall y la granularidad del conversor A/D del microcontrolador, esto provoca pequeñas oscilaciones en la bola cada cierto tiempo.
- A ganancias muy altas, la dinámica de los reguladores analógicos PAF y PID queda enmascarada, pasando a comportarse en la práctica como controladores de tipo ON-OFF. La frecuencia de conmutación es función directa de la ganancia.
- Importante que la onda triangular conmute entre el rango de acción 0-5V, en caso contrario se tiene un rango de control más reducido y por lo tanto mayores posibilidades de encontrarse la bola fuera de control.
- En cuanto a la frecuencia de muestreo (inversa del período de discretización de los reguladores analógicos), es de reseñar que valores muy bajos repercutirán en la incorrecta emulación programada de los reguladores analógicos. No obstante, valores de frecuencia muy elevados unidos a componentes derivativas de la acción tenderán a exacerbar el ruido generado (entre otros motivos) por la falta de granularidad en la medida de la posición de la bola. Experimentalmente se ha comprobado que la calidad del control empeora a frecuencias de control suficientemente por encima de los 400 Hz (1KHz) o suficientemente por debajo (100Hz).

- Es de reseñar que el período del bucle de control no es múltiplo entero del período de la señal PWM. Sin embargo, esta cuestión no genera problemas, dado que el último valor que se escribe en la salida PWM no afecta al período actual de la señal. No obstante, esta incorporación tardía podría provocar un retardo variable entre 0 y 2 milisegundos en la acción.

4.4. Ensayos de las PCB

Se han encontrado pequeños fallos en el ruteo de pistas a la hora del montaje, todos ellos corregidos.

La verificación del buen funcionamiento de ambas placas se ha llevado a cabo tanto individualmente como conjuntamente.

- **PCB control:** Se ha verificado desde aguas arriba de la PCB (cálculo del error) hasta aguas abajo (generación PWM) que las salidas de todas las etapas intermedias fuesen las correctas para una tensión de hall igual a la de equilibrio.
- **PCB potencia:** Su correcto funcionamiento se ha verificado a través de los ensayos de los reguladores digitales, en los que se prescindía de la PCB de control pero no de la de potencia.

Una vez verificadas las placas se ha realizado la conexión del circuito de control. El resultado ha sido muy positivo, se ha observado que ambos reguladores PAF y PID dan resultados semejantes a los iniciales probados en protoboard.

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras

5.1. Conclusión final

En general se ha podido observar que la realidad no difiere de la teoría, excepto en el caso excepcional del PID programado.

En base a lo comentado en el capítulo anterior el regulador analógico con mejores resultados ha sido el PID, mientras que en implementación programada ha sido el espacio de estados. Por otro lado, el control ON-OFF analógico da mejores resultados que el control ON-OFF digital. Sin embargo, el control ON-OFF se trata de un control no lineal y se encuentra fuera de toda teoría de control mientras que el PID y el control en espacio de estados son lineales y siguen toda una teoría de control, posibilitando el análisis de sus resultados en base a esta teoría.

Por lo tanto en el ámbito analógico se optaría por la realización de un control PID y en el ámbito digital se optaría por la implementación de un control en espacio de estados integral con observador completo.

Cabe mencionar que, a grandes rasgos, las implementaciones programadas son preferibles a las realizaciones circuitales, aunque sólo sea por la flexibilidad que aportan: En los reguladores analógicos habría que cambiar resistencias y condensadores y, en el caso de la PCB sería imposible su extrapolación.

Respecto a las PCB, en vista de lo comentado en el capítulo anterior las PCB pueden usarse como prototipos funcionales. De cara a su utilización en un ámbito educativo convendría volver a fabricarlas corrigiendo los errores de ruteo observados.

5.2. Líneas futuras

El objeto de este proyecto da por finalizado el alcance del trabajo anterior pero, como consecuencia de este mismo se propone:

- Introducir estrategias de control no lineal (adaptativo, difuso, con observadores no lineales...), dada la no linealidad, tanto del sistema como del sensor de posición empleado [8].
- Llevar el prototipo de las PCB a un montaje más práctico, corrigiendo los errores de ruteo, y más visual, incluyendo un panel con el esquemático del circuito entero con *jumpers* para conectar entre sí las entradas y salidas de las etapas.
- Fabricación de un PCB que incluya un control digital. Mediante una placa Arduino se programaría el microcontrolador para posteriormente pincharlo en la PCB y realizar el control programado, pudiendo así con una sola PCB realizar varios controles sobre el sistema.
- Diseño e implementación del control básico con Matlab-Simulink, Arduino con Matlab-Simulink o incluso a través de otras placas microcontroladoras como las FPGA (*Field-Programmable Gate Array*).

Capítulo 6

Bibliografía

- [1] Francisco Javier de la Pascua Rubio. Modelado y control de un levitador magnético. Trabajo fin de grado, Universidad de Zaragoza, 2016.
- [2] Juan Carlos Milena Moreno. Control lineal y no lineal de un levitador magnético. estudio comparativo. Trabajo fin de grado, Universidad Politécnica de Cataluña, 2010.
- [3] José I. Artigas Luís A. Barragán Sergio Llorente Álvaro Marco. Levitador magnético de muy bajo coste con fines didácticos. *Revista IEEE-RITA*, 2010.
- [4] Katsuhiko Ogata. “*Ingeniería de control moderna*”. Pearson-Prentice Hall, 3^a edition, 1998.
- [5] Katsuhiko Ogata. “*Ingeniería de control moderna*”. Pearson-Prentice Hall, 5^a edition, 2010.
- [6] A. Romeo y A. Vela. Control de la posición de una bola sobre una barra basculante. *Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación (SAAEI 98)*, 1998.
- [7] <https://www.arduino.cc/reference/en/language/functions/analog-io/analogwrite/>, Última actualización 07/02/2019.
- [8] Javier Eduardo Gonzalez Rental. Implementación de técnicas de control no lineal en labview a un sistema de nivel de tanques. Trabajo fin de grado, Universidad Tecnológica de Bolívar, 2012.